Vielfachheit von Nullstellen – ...

Für alle Parameterwerte gilt zunächst: $k \in \mathbb{R}$.
Bestimmen Sie alle Nullstellen mit ihren Vielfachheiten:

a) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x-k)^2(x+2)$

b) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x-3)^2(x+k)$

c) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}k(x-3)^2(x+2)$

d) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}kx(x-3)^2(x+2)$

e) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x-3)^2(x+2k-1)$

f) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x-3)^2(x+2)(x+k)$

g) $f_k : x \mapsto -\frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{4}kx^2 - \frac{1}{8}k^2x$

h) $f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x^3 - kx^2 - 4x + 4k)\,;\, x_1 = k$

Aufgabe 95 AII

$f_k : x \mapsto \frac{1}{4}(x^3 - 6kx^2 + 9k^2x)$ mit $k > 0$.
Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion f_k mit ihren Vielfachheiten. [4]

Aufgabe 96 AI

$f : x \mapsto -\frac{4}{3}(-x^3 - 3x^2 + 2)$.
Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen G_f mit den Koordinatenachsen. [7]

Aufgabe 96 AII

$f_k : x \mapsto -\frac{1}{9}x^3 + \frac{2}{3}kx^2$.
Bestimmen Sie Anzahl, Lage und Vielfachheit aller Nullstellen der Funktion f_k in Abhängigkeit von k. Führen Sie eine geeignete Fallunterscheidung durch, und beschreiben Sie den Verlauf des Graphen in der Umgebung der Nullstellen. [7]

Aufgabe 97 AI

$f_k : x \mapsto -\frac{4}{9}kx^2 + \frac{8}{9}kx$ mit $k > 0$.
Bestimmen Sie den größtmöglichen Bereich, für den $f_k(x) \geq 0$ bzw. $f_k(x) \leq 0$ ist. [5]

Aufgabe 97 AII

$f : x \mapsto \frac{1}{3}(x^3 - 3x^2 - 9x + 2)$.
Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion f. [5]

Aufgabe 98 AI

$f_k : x \mapsto \frac{1}{8}(x-3)^2(x+2) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{8}x + \frac{9}{4}$.
Geben Sie die Nullstellen der Funktion f an. [2]

Aufgabe 98 AII

$f_k : x \mapsto \frac{1}{9}(x^4 - kx^2 - 9x^2 + 9k)$ mit $k \geq 0$.
Untersuchen Sie den Graphen auf Symmetrie.[2]
Zeigen Sie, dass sich der Funktionsterm $f_k(x)$ auch in der Form $f_k(x) = \frac{1}{9}(x^2 - k)(x^2 - 9)$ schreiben lässt, und ermitteln Sie Anzahl, Lage und Vielfachheit aller Nullstellen der Funktion f_k in Abhängigkeit von k. [9]

Aufgabe 00 AII

$f : x \mapsto -x^3 + 9x^2 - 17x - 3$.
Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. Runden Sie die Ergebnisse falls nötig auf zwei Nachkommastellen. [5]

Aufgabe 01 AI

$f : x \mapsto \frac{1}{4}x^3 - 3x + 4$.
Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion f mit ihren Vielfachheiten und zerlegen Sie den Funktionsterm f(x) in Linearfaktoren. [7]

Aufgabe 01 AII

$f_k : x \mapsto -\frac{1}{4}(x^3 + kx^2 - 2kx - 8)$.
Zeigen Sie, dass $x_1 = 2$ für alle Werte von k eine Nullstelle von f_k ist und zerlegen Sie damit den Term $f_k(x)$ in ein Produkt mit genau einem Linearfaktor. [5]
Mögl. Teilerg.: $f_k(x) = -\frac{1}{4}(x^2 + kx + 2x + 4)(x-2)$

Aufgabe 02 AII

$f_a : x \mapsto -\frac{1}{8}(a-x)(x^2 + 4x + 4)$.
Bestimmen Sie das Intervall, in dem $f_a(x) \geq 0$. [4]
Geben Sie die Nullstellen der Funktion f_4 mit jeweiliger Vielfachheit an. [2]

Aufgabe 03 AI

$f : x \mapsto \frac{1}{32}x^4 - x^2 + 8$.
Untersuchen Sie den Graphen auf Symmetrie. [2]
Berechnen Sie die Nullstellen der Funktion f. Geben Sie auch die Vielfachheiten an. [4]

Aufgabe 03 AII

$f_k : x \mapsto -\frac{1}{2k^2}(x^3 - 6kx^2 + 8k^2x)$ mit $k > 0$.
Begründen oder widerlegen Sie folgende Behauptung: Es gibt unter den Funktionen f_k solche mit genau einer Nullstelle. [4]
Berechnen Sie alle Nullstellen von f_2. [3]

Aufgabe 04 AI

$f_k : x \mapsto \frac{1}{27}(x+3)^2(x^2 + k)$.
Zunächst sei $k \neq -9$. Ermitteln Sie in Abhängigkeit von k die Lage der Nullstellen sowie deren Vielfachheit. Unterscheiden Sie dabei die Fälle $k > 0$, $k = 0$ und $k < 0$. [7]